Lernkontrolle 1 Lösung

1) a) $|\Omega| = 4^2 = 16$

b) $\mathbb{P}(E) = \dfrac{|E|}{|\Omega|}$

c) i) $A = \{(1,1),(1,3),(3,1),(3,3)\} \Rightarrow |A| = 4$

ii) $B = \Omega \setminus \{(2,2),(2,4),(4,2),(4,4)\} \Rightarrow |B| = 12$

iii) $\mathbb{P}(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

iv) $\mathbb{P}(B) = \dfrac{|B|}{|\Omega|} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$

v) $\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

d) i) $C = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(3,1)\} \Rightarrow \mathbb{P} = \dfrac{|C|}{|\Omega|} = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$

ii) $D = \Omega \setminus \{(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\} \Rightarrow \mathbb{P}(D) = \dfrac{|D|}{|\Omega|} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$

iii) $\mathbb{P}(C|D) = \dfrac{\mathbb{P}(C \cap D)}{\mathbb{P}(D)} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

e) Wir betrachten die Menge

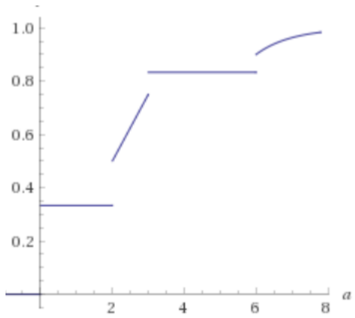
$$M = \{(x,y,z) | \frac{x+y+z}{3} = 2\}.$$

Es gilt also $x+y+z = 6$, welches für alle Permutationen der Elemente $(1,2,3)$ (6 Stück) und $(1,1,4)$ (3 Stück) gilt. Ein weiteres Element in der Menge ist $(2,2,2)$, folglich gilt $|M| = 10$.

Die Menge N besteht aus allen Elementen, die eine 1 erhalten. Wir Können also mit dem Komplement argumentieren, indem wir die Elemente ohne eine 1 von der Gesamtmenge abziehen: $|N| = 4^3 - 3^3 = 37$. Ausser dem Element $(2,2,2)$ liegen alle anderen Elemente von M in $M \cap N$ und somit folgt

$$\mathbb{P}(M|N) = \frac{\mathbb{P}(M \cap N)}{\mathbb{P}(N)} = \frac{9}{37}.$$

2) a) Der Graph sieht folgendermassen aus



b) i) $\mathbb{P}(\{X > 2\}) = 1 - \mathbb{P}(\{X < 2\}) = 1 - F_X(2) = \frac{1}{2}$

ii) $\mathbb{P}(\{1 \leq X < 3\}) = F_X(3-) - F_X(1-) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$

iii) $\mathbb{P}(\{X = 6\}) = F_X(6) - F_X(6-) = \frac{9}{10} - \frac{5}{6} = \frac{1}{15}$

vi) $\mathbb{P}(\{2 \leq X < 7\}) = F_X(7-) - F_X(2-) = 1 - \frac{1}{10}e^{-1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{10e}$